

两点分布和二项式分布.

1. 两点分布 (0-1分布): X 只取两个值 (0和1).
 随机试验只有成功和失败两种情形. 记成功 $\rightarrow 1$, 失败 $\rightarrow 0$

| | | |
|-----|-------|-----|
| X | 0 | 1 |
| P | $1-p$ | p |

(1)

$q = 1-p$.

例子: 抛硬币, 射击击中.

2. 伯努利试验: 试验只有两种结果: A, \bar{A}
 n 重伯努利试验: 将伯努利试验独立重复 n 次.

3. n 重伯努利试验, A 出现的次数 (成功的次数) 为随机变量 X .

问 A 出现 k 次的概率 $P\{X=k\}$?

设每次试验成功的概率为 p , $P(A) = p$.

$\Rightarrow P\{X=k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ $\left[\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k! (n-k)!} \right]$

X 叫做服从二项式分布, 记 $X \sim B(n, p)$

4. 二项式分布的推导: 从 n 次中选 k 次成功, 选法有 $\binom{n}{k}$ 种方法.
 成功的概率为 p , k 次成功 $\Rightarrow p^k$
 $n-k$ 次失败 $\Rightarrow (1-p)^{n-k}$.

$\Rightarrow P\{X=k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.

- 例 1. 设一射手每次击中目标的概率为 0.7. 今进行 10 次射击, 问正好击中 7 次的概率.

解: X : 击中次数.

$P\{X=7\} = \binom{10}{7} 0.7^7 \cdot 0.3^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \cdot 0.7^7 \cdot 0.3^3$
 $= 120 \cdot 0.7^7 \cdot 0.3^3$

5. $\because (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \text{项式的系数是 } \binom{n}{k}$

$\Rightarrow P\{X=k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ 叫做二项式分布
(各二项式具有相同形式)

例2. 设一批灯泡, 使用寿命在5万小时以上的概率为0.4, 现有20只这样的灯泡, 求使用5万小时以上, 正好有8只可以正常使用的概率.

解: 设 X : 5万小时以上仍然可以使用的灯泡数.

$P\{X=8\} = \binom{20}{8} 0.4^8 \cdot 0.6^{12}$

例3. 一批产品, 一级品率为0.2, 现取5只, 求取到一级品的产品数的分布律.

解: X 为一级品数. X 可取 0, 1, 2, 3, 4, 5

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|---------|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|---------|
| P | 0.8^5 | $\binom{5}{1} 0.2 \cdot 0.8^4$ | $\binom{5}{2} 0.2^2 \cdot 0.8^3$ | $\binom{5}{3} 0.2^3 \cdot 0.8^2$ | $\binom{5}{4} 0.2^4 \cdot 0.8$ | 0.2^5 |