二阶常系数齐次微分方程：$y''+py'+qy=0$　　p,q 是常数.

1. 特征方程：$r^2+pr+q=0$

2. 特征方程的解.

① $r_1\neq r_2$ 实根 $\Rightarrow y=c_1e^{r_1x}+c_2e^{r_2x}$

② $r_1=r_2$ 实根 $\Rightarrow y=(c_1+c_2x)e^{rx}$

③ $r_{1,2}=\alpha\pm i\beta \Rightarrow y=e^{\alpha x}(c_1\cos\beta x+c_2\sin\beta x)$

例1. 求微分方程的通解：

① $y''+y'-6y=0$　　② $y''+4y'+4y=0$

③ $y''+2y'+6y=0$

解：① 特征方程 $r^2+r-6=0 \Rightarrow (r-3)(r+2)=0 \Rightarrow r_1=3,\ r_2=-2$

$\Rightarrow$ 通解：$y=c_1e^{3x}+c_2e^{-2x}$

② 特征方程：$r^2+4r+4=0 \Rightarrow (r+2)^2=0 \Rightarrow r_{1,2}=-2$

$\Rightarrow$ 通解：$y=(c_1+c_2x)e^{-2x}$

③ 特征方程：$r^2+2r+6=0 \Rightarrow r_{1,2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-24}}{2}=-1\pm\sqrt{5}i$

$\Rightarrow \alpha=-1,\ \beta=\sqrt{5}$

$\Rightarrow$ 通解：$y=e^{-x}(c_1\cos\sqrt{5}x+c_2\sin\sqrt{5}x)$