

向量及其线性运算

1. 向量: 既有大小又有方向的量

用有向线段(箭头)

长度: 大小; 方向: 指向

2. 用粗体字母, 或 \vec{a} , \vec{b} 表示

3. 自由向量: 与起点无关.

大小相等, 方向相同的向量相等

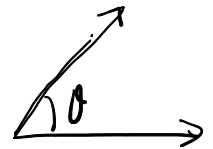
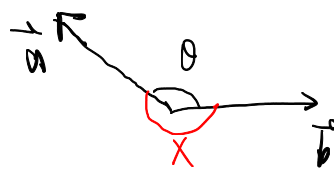
4. 向量的长度: $|\vec{a}|$ (模)

5. $|\vec{a}|=1 \Rightarrow$ 单位向量.

单位化向量: $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

6. 0向量: $|\vec{0}|=0$. 注意: 0向量的方向是任意的

7. 向量的夹角 $0 \leq \theta \leq \pi$



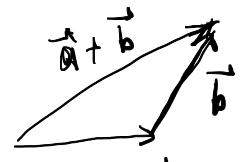
8. 两向量平行 $\vec{a} \parallel \vec{b}$: $\theta=0, \theta=\pi$

两向量垂直: $\vec{a} \perp \vec{b}$: $\theta=\frac{\pi}{2}$

9. 加法: $\vec{a} + \vec{b}$

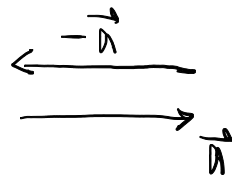


平行四边形法则



三角形法则

10. 负向量 $-\vec{a}$: 与 \vec{a} 长度相同, 方向相反.

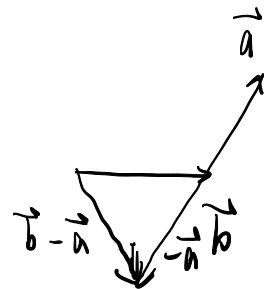


11. 减法: $\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (-\vec{a})$

12. 数乘: $\lambda \vec{a}$: $|\lambda \vec{a}| = |\lambda| |\vec{a}|$

$\lambda > 0$, $\lambda \vec{a}$ 与 \vec{a} 方向相同

$\lambda < 0$, $\lambda \vec{a}$ 与 \vec{a} 方向相反



13. Thm: $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow$ 存在 $\lambda \in \mathbb{R}$, 使得 $\vec{b} = \lambda \vec{a}$

14. 运算法则:

$$\textcircled{1} \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$\textcircled{2} \lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$$

$$\textcircled{3} (\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$$

$$\textcircled{4} (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$\textcircled{5} \lambda(\mu\vec{a}) = (\lambda\mu)\vec{a} = \mu(\lambda\vec{a})$$