

求未定式极限的初等方法

练习

1. 求下列极限

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 6x - 16}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 15}$

e) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{7x^2 + 51x - 40}{7x^2 + 52x - 32}$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(3x^2 - 11x + 6)}{5x^2 - 21x + 18}$

i) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x^2 - 47x - 504}{x^3 + 19x^2 + 118x + 240}$

k) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^3 - 3x^2 - 40x + 84}{x^3 - 5x^2 - 62x + 336}$

b) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 12x + 35}$

d) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 + 7x + 10}$

f) $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{x^2 + 5x - 36}{3x^2 + 28x + 9}$

h) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3(3x^2 + 16x - 12)}{2(5x^2 + 27x - 18)}$

j) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^3 - 18x^2 + 99x - 162}{x^3 + x^2 - 60x + 108}$

l) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^3 + 18x^2 + 107x + 210}{x^3 + 10x^2 + 12x - 72}$

2. 求下列极限

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 36} \frac{\sqrt{x} - 6}{x - 36}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{3}}{\sqrt{x} - 2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x-4} - \sqrt{21}}{\sqrt{x} - 5}$

i) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x-7} - \sqrt{2}}{\sqrt{x-3} - \sqrt{6}}$

k) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{22}}{\sqrt{x-11} - \sqrt{5}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{x - 64}$

f) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{14}}{\sqrt{x} - 3}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{5}}{\sqrt{x} - 1}$

j) $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{35}}{\sqrt{x-15} - \sqrt{10}}$

l) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x-7} - 3}{\sqrt{x+7} - \sqrt{23}}$

3. 求下列极限

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} -\frac{50}{x^2 - 3x - 4} + \frac{10}{x - 4}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{125}{x^2 - 3x - 4} + \frac{25}{x + 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} -\frac{8}{x^2 + 8x + 15} + \frac{4}{x + 3}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{20}{x^2 + 6x + 8} + \frac{10}{x + 4}$$

4. 若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{x + 3} = 4$, 求 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 。

5. 若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{x - 3} = 9$, 求 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 。

6. 若 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + kx + l}{x - 4} = 5$, 求 k, l 。

7. 若 $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + kx + l}{x^2 - 3x - 54} = 6$, 求 k, l 。

答案

1. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{13}{2}$ c) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{4}{3}$
e) $\frac{61}{60}$ f) $\frac{1}{2}$ g) $-\frac{14}{9}$ h) $\frac{10}{11}$
i) $-\frac{5}{2}$ j) $-\frac{3}{20}$ k) $\frac{13}{3}$ l) ∞
2. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{16}$
e) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ f) $\frac{3}{14}\sqrt{14}$ g) $\frac{5}{21}\sqrt{21}$ h) $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
i) $\frac{1}{2}\sqrt{6}\sqrt{2}$ j) $\frac{1}{35}\sqrt{35}\sqrt{10}$ k) $\frac{1}{22}\sqrt{22}\sqrt{5}$ l) $\frac{1}{3}\sqrt{23}$
3. a) 2 b) 2 c) -5 d) -5
4. 24
5. 0
6. $k = -3, l = -4$
7. $k = -78, l = -504$