

矩阵的化简: 行最简矩阵

练习

将下列矩阵化成行最简矩阵

a)
$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & -4 & -15 \\ -2 & -7 & 11 & 31 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & -8 & 21 & 51 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} -3 & 8 & -19 & 96 \\ 5 & -4 & 24 & -109 \\ -4 & 9 & -24 & 119 \\ 5 & -7 & 23 & -114 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 9 & -10 & 9 & 38 \\ -2 & 1 & -2 & -6 \\ 5 & -5 & 5 & 20 \\ 4 & -5 & 4 & 18 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} 4 & 26 & -107 & 16 \\ -3 & -14 & 55 & -12 \\ 1 & 7 & -29 & 4 \\ 2 & 12 & -53 & 9 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 5 & 17 & -65 & 153 & 220 \\ 3 & 10 & -37 & 89 & 130 \\ -2 & -7 & 27 & -63 & -90 \\ 4 & 12 & -41 & 106 & 163 \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 16 & 16 & -19 & -86 & 86 \\ -4 & -3 & 2 & 14 & -14 \\ -5 & -5 & 6 & 27 & -27 \\ -2 & -1 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$g) \begin{pmatrix} 7 & 20 & -33 & -7 & 20 \\ -4 & -19 & 34 & 4 & -19 \\ -2 & -5 & 8 & 2 & -5 \\ -4 & -20 & 36 & 4 & -20 \end{pmatrix}$$

$$h) \begin{pmatrix} -11 & 61 & 189 & 1302 & -1207 \\ -3 & 16 & 47 & 330 & -308 \\ -4 & 23 & 67 & 470 & -438 \\ 4 & -22 & -68 & -469 & 435 \end{pmatrix}$$

$$i) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & 2 & -7 \\ 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 3 & 9 & -6 & -12 & 13 & -42 \\ -3 & -9 & -1 & -16 & 6 & -15 \end{pmatrix}$$

$$j) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 11 & 45 & 63 & 22 \\ 1 & 4 & 13 & 50 & 68 & 26 \\ 2 & 6 & 23 & 95 & 134 & 46 \\ 4 & 11 & 41 & 171 & 241 & 82 \end{pmatrix}$$

$$k) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & 8 & 0 & -6 & -22 & 19 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 10 & -10 \end{pmatrix}$$

$$l) \begin{pmatrix} -3 & 16 & -67 & -58 & 230 & -236 \\ -4 & 21 & -88 & -76 & 302 & -310 \\ -3 & 15 & -62 & -53 & 213 & -219 \\ 5 & -22 & 97 & 82 & -330 & 340 \end{pmatrix}$$

$$m) \begin{pmatrix} -9 & 44 & -95 & -168 & 196 \\ 1 & -3 & 7 & 13 & -13 \\ 4 & -16 & 37 & 65 & -74 \\ -2 & 8 & -14 & -27 & 30 \\ -5 & 24 & -52 & -92 & 107 \end{pmatrix}$$

$$n) \begin{pmatrix} 9 & 11 & 27 & -9 & -13 \\ 5 & 6 & 16 & -5 & -7 \\ -4 & -5 & -12 & 4 & 6 \\ -3 & -2 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 15 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

$$o) \begin{pmatrix} -11 & -67 & 146 & -106 & 117 \\ -3 & -14 & 27 & -23 & 26 \\ -1 & -3 & 4 & -5 & 6 \\ -4 & -21 & 43 & -35 & 39 \\ 4 & 24 & -52 & 38 & -42 \end{pmatrix}$$

$$p) \begin{pmatrix} -8 & -38 & 183 & 361 & -484 \\ -4 & -15 & 79 & 154 & -211 \\ -1 & 1 & -3 & -7 & 6 \\ 0 & 5 & -29 & -57 & 76 \\ -3 & -14 & 68 & 134 & -180 \end{pmatrix}$$

$$q) \begin{pmatrix} 3 & -15 & 5 & 18 & -1 & 10 \\ 4 & -20 & 9 & 31 & 1 & 18 \\ 1 & -5 & 6 & 19 & 4 & 12 \\ -2 & 10 & -3 & -11 & 1 & -6 \\ -3 & 15 & -3 & -12 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

$$r) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 8 & -52 & -88 \\ 5 & 26 & 47 & 42 & -271 & -461 \\ 2 & 11 & 21 & 20 & -121 & -211 \\ 0 & -1 & -7 & -11 & 39 & 86 \\ 3 & 11 & 20 & 20 & -122 & -203 \end{pmatrix}$$

$$s) \begin{pmatrix} 4 & 5 & 22 & 50 & 258 & 40 \\ 3 & -2 & 6 & 24 & 99 & 27 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -4 \\ -4 & 8 & 8 & 17 & 112 & -3 \\ 1 & 2 & 7 & 15 & 80 & 11 \end{pmatrix}$$

$$t) \begin{pmatrix} -9 & -8 & 58 & 168 & 81 & -42 \\ -3 & 1 & 9 & 36 & 2 & -11 \\ 5 & 4 & -31 & -91 & -42 & 23 \\ 4 & 1 & -22 & -71 & -22 & 20 \\ 1 & -4 & 8 & 10 & 25 & 0 \end{pmatrix}$$

答案

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{e)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{f)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{g)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{h)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{j)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{k)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{l)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{m)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{n)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{o) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{p) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{q) } \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{r) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{s) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{t) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$