

求未定式极限的初等方法 (一)

练习

1. 求下列极限

a)
$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 15x + 56}{x^2 + 16x + 64}$$

b)
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 7x - 18}$$

c)
$$\lim_{x \rightarrow -9} \frac{x^2 + 6x - 27}{x^2 - 81}$$

d)
$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - x - 56}$$

e)
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3(2x^2 - x - 3)}{5x^2 + 9x + 4}$$

f)
$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2(3x^2 + 20x - 7)}{8x^2 + 47x - 63}$$

g)
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{7x^2 + 6x - 16}$$

h)
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{9x^2 + 17x + 8}$$

i)
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - x^2 - 22x + 40}{x^3 + 7x^2 - 26x - 72}$$

j)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + 14x^2 + 35x - 50}$$

k)
$$\lim_{x \rightarrow -10} \frac{x^3 + 29x^2 + 280x + 900}{x^3 + 12x^2 - 43x - 630}$$

l)
$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 9x^2 + 24x + 16}{x^3 + 8x^2 + 4x - 48}$$

2. 求下列极限

a)
$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{x - 64}$$

b)
$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

c)
$$\lim_{x \rightarrow 49} \frac{\sqrt{x} - 7}{x - 49}$$

d)
$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{\sqrt{x} - 9}{x - 81}$$

e)
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{14}}{\sqrt{x} - 2}$$

f)
$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x-4} - \sqrt{5}}{\sqrt{x} - 3}$$

g)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{6}}{\sqrt{x} - 1}$$

h)
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{14}}{\sqrt{x} - 2}$$

i)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+7} - 2^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x+4} - \sqrt{5}}$$

j)
$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{26}}{\sqrt{x+7} - \sqrt{23}}$$

k)
$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{13}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{19}}$$

l)
$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x+2} - 3^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x-13} - 2\sqrt{3}}$$

3. 求下列极限

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{16}{x^2 - 2x - 3} + \frac{4}{x + 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x + 4}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5}{x^2 + 3x + 2} - \frac{5}{x + 1}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{18}{x^2 - x - 2} + \frac{6}{x + 1}$$

4. 若 $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x) - 3}{x + 8} = 9$, 求 $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$ 。

5. 若 $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x) - 3}{x - 8} = -2$, 求 $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$ 。

6. 若 $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 + kx + l}{x - 9} = 3$, 求 k, l 。

7. 若 $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + kx + l}{x^2 - x - 56} = 5$, 求 k, l 。

答案

1. a) ∞ b) 0 c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5}$
e) 15 f) $\frac{44}{65}$ g) $\frac{5}{22}$ h) 5
i) $\frac{3}{13}$ j) $\frac{1}{11}$ k) 0 l) 0
2. a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{14}$ d) $\frac{1}{18}$
e) $\frac{1}{7}\sqrt{14}$ f) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ g) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$ h) $\frac{1}{7}\sqrt{14}$
i) $\frac{1}{4}\sqrt{5}\sqrt{2}$ j) $\frac{1}{26}\sqrt{26}\sqrt{23}$ k) $\frac{1}{13}\sqrt{19}\sqrt{13}$ l) $\frac{2}{3}$
3. a) -1 b) -1 c) -5 d) -2
4. 144
5. 0
6. $k = -15, l = 54$
7. $k = -61, l = -476$